# Prise en compte des risques dans l'analyse monétarisée

*Version du 7 octobre 2014*

## 1. Introduction

Les effets d'un projet sont toujours affectés de risques (et d'incertitudes[1]) d'ampleur parfois significative. Ces risques ont de multiples causes : ils peuvent être **physiques** (aléas naturels, industriels, actes malveillants) ou **économiques** (aléas liés à la demande de transport, aux coûts, aux prix relatifs, à la croissance, etc.).

La décision de réaliser un projet, i.e. un objet de fonctionnalités données dans un environnement donné, est prise en situation de risque (et d'incertitudes). Il importe que l'analyse monétarisée reflète cette situation.

Le corpus théorique relatif à la prise en compte du risque dans la décision publique est riche, et n'est pas encore stabilisé. Pour autant, un certain nombre de recommandations ont été faites pour prendre en compte le risque dans l'évaluation socio-économique des projets. Cette fiche prend en compte ce corpus théorique et ces recommandations. Elle propose des modalités pratiques de prise en compte du risque, qui reflètent le souci de progresser dans cette direction, tout en tentant de maîtriser la complexité des concepts et des méthodes.

La prise en compte des risques dans l'analyse monétarisée conduit préalablement à décrire et hiérarchiser les principaux facteurs de risque, c'est-à-dire ceux affectant substantiellement les effets, l'opportunité ou l'intégrité du projet.

Cette description des risques doit être proportionnée, qualitative et hiérarchisée : il ne s'agit pas de lister l'ensemble des aléas pouvant marginalement affecter le projet.

La description des risques conduit à distinguer les **risques non systémiques** des **risques systémiques.**

Les risques systémiques sont caractérisés par le fait qu'ils affectent conjointement la richesse de la collectivité (le PIB) et la valeur du projet. Ces deux aspects sont corrélés : le contexte macro-économique explique en grande partie la demande adressée au projet ; à l'inverse, la valeur du projet constitue une contribution à la richesse nationale.

Outre les risques sur la croissance, les risques relatifs à l'évolution des prix de l'énergie font également partie des risques systémiques, dans la mesure où ils sont corrélés à la fois au PIB et aux composantes du projet.

A noter que certaines sources d'aléas « physiques » peuvent, en théorie, donner lieu à des risques systémiques, au sens où sont affectées simultanément la croissance et la demande adressée au projet de transports (crises sanitaires ou risques naturels de grande ampleur). De même, les risques démographiques peuvent revêtir un caractère systémique.

Les résultats de l'analyse de risques seront présentés dans la synthèse de l'évaluation.

[1] De manière formelle, on distingue le risque, qu'on estime probabilisable, de l'incertitude, à laquelle il n'est pas possible, ou beaucoup plus difficile, d'associer une loi de probabilité.

## 2. Prise en compte des risques non systémiques dans l'analyse monétarisée

Les risques non systémiques ne dépendent pas de la croissance macro-économique. Il peut s'agir par exemple des risques liés à la mise en œuvre de l'évaluation : ils peuvent résulter par exemple de l'emploi de données insuffisamment fiables (enquêtes O-D ou modélisation insuffisantes, erreur d'estimation des coûts dans l'option de référence ou dans les options de projet, etc.).

Leur prise en compte dans l'analyse monétarisée pourra utilement prendre la forme de tests de sensibilité des indicateurs socio-économiques aux principaux facteurs de risque identifiés. L'ampleur des tests de sensibilité à mener est à l'appréciation de l'évaluateur et dépend du risque considéré : pour certains risques (typiquement les risques « physiques », ou des combinaisons de facteurs affectant le scénario de référence telles que les décisions des maîtres d'ouvrage ou la localisation de certains pôles générateurs de trafic), on peut viser à illustrer l'impact de situations extrêmes (donc de faible probabilité) ; pour d'autres risques, on peut viser à présenter l'impact des intervalles de confiance des données, des estimations, des modèles.

Plus précisément, ces tests de sensibilité peuvent prendre la forme :

- pour les tests de « situations extrêmes » : identifier la ou les combinaisons de facteurs, de probabilité significative, qui rendraient le bilan coûts-avantages (VAN-SE) négatif ;

- pour les tests d'intervalles de confiance de certains paramètres (des modèles notamment) : présenter l'impact sur la VAN-SE des bornes des intervalles de confiance (à 5 % ou 10 %) des quelques principaux paramètres identifiés.

Il est rappelé qu'un test de sensibilité sur le degré de concurrence dans les secteurs utilisateurs des transports est recommandé (cf. fiche *« monétarisation des effets et indicateurs socio-économiques »*).

## 3. Prise en compte des risques systémiques dans l'analyse monétarisée

***Synthèse sur la prise en compte des risques systémiques***

La VAN-SE du projet doit être calculée en prenant en compte le risque sur l'environnement macro-économique (dit risque systémique).

La première étape de l'analyse consiste à apprécier si le projet est exposé, ou non, au risque systémique. Cette étape est conduite à l'aide d'un ***test de « stress » ou de sensibilité au PIB***, fondé sur un scénario macro-économique dégradé.

Si le projet apparaît, au vu de ce test de stress, non exposé au risque systémique, la VAN-SE du projet est calculée avec un taux d'actualisation égal à 4 %.

Si le projet apparaît, au vu de ce test de stress, exposé au risque systémique, l'objectif est alors d'apprécier le degré d'exposition au risque du projet. Cette appréciation doit composer avec une part d'incertitude méthodologique, que les travaux de la Commission Quinet n'ont pas entièrement soldée.

Pour refléter cette situation, diverses valeurs de la VAN-SE sont calculées :

***a) Calcul élémentaire (obligatoire)*** : ce calcul est effectué avec un taux d'actualisation de 4,5 % ; le résultat de ce calcul est celui à reprendre systématiquement dans les présentations synthétiques du projet ;

***b) Calcul de risque spécifique au projet (recommandé)*** : ce calcul, destiné à refléter le lien entre chacun des avantages et le PIB, s'appuie sur des scénarii probabilisés de PIB (a minima trois) ;

***c) Calcul paramétré*** (destiné à illustrer un risque systémique extrême, non paramétrable dans des scénarii de PIB) : les paramètres du calcul dépendent du mode.

L'écart entre les VAN-SE calculées d'une part selon les méthodes b) et c), d'autre part selon la méthode a), illustre l'exposition relative au risque des différents projets (ou des différentes options de projet). Cette exposition relative au risque, qui peut utilement être commentée dans les présentations synthétiques du projet, est exprimée selon deux niveaux de risques :

1) risques portant sur les tendances de PIB (illustrés qualitativement par le rapport [b – a]/a) ;

2) risques systémiques extrêmes ne pouvant faire l'objet de scénarii de croissance de PIB (illustrés qualitativement par le rapport [c – a]/a).

Dans l'attente de la publication, au 1er avril 2015, des documents et outils d'application des méthodologies présentées dans cette fiche, l'analyse peut se limiter au test de stress et à la méthode élémentaire a) ci-dessus.

Ces documents et outils d'application permettront également d'aider à la rédaction des éléments synthétiques et des commentaires sur l'interprétation de la VAN-SE intégrant le risque.

En tout état de cause, la synthèse et les commentaires relatifs à la VAN-SE intégrant le risque devront prendre les précautions rédactionnelles nécessaires pour rappeler que l'intégration du risque systémique dans l'évaluation des projets constitue une pratique nouvelle et qui nécessite un retour d'expérience. Un premier retour d'expérience sera mené d'ici fin 2015.

L'approche pour la prise en compte du risque systémique est la suivante, en application du principe de proportionnalité et conformément à la note technique du 16 juin 2014 qui indique que *« la valeur actualisée nette socio-économique (VAN-SE) est calculée par un système d'actualisation intégrant le risque systémique du projet. Le risque systémique reflète la sensibilité de la VAN-SE au scénario d'évolution du PIB retenu sur la durée d'évaluation. Le risque systémique est spécifique au projet considéré. Il dépend de la sensibilité des différentes composantes de la VAN-SE au PIB, et notamment des liens entre la demande de transport adressée au projet et le PIB ».*

### *i. Cas des projets non significativement risqués (au regard des risques systémiques)*

La description des risques ci-dessus peut conduire à ne pas identifier de risques systémiques significatifs pour le projet.

Un test de stress macro-économique peut conforter cette analyse. Il est défini ci-dessous.

**Test de stress macro-économique ou de sensibilité au PIB**

La VAN-SE « tendancielle » est calculée en considérant les avantages dans le scénario macro-économique tendanciel, et un taux d'actualisation paramétré à 4 %.

La VAN-SE « stressée » est calculée en considérant les avantages dans un scénario macro-économique stressé et un taux d'actualisation paramétré à 4 %. Ce scénario macro-économique stressé se caractérise par une croissance du PIB de 0 % par an sur la durée de prévision. Ce scénario présente a priori un fort contraste par rapport aux scénarii macro-économiques usuellement utilisés, dont la croissance tendancielle est de l'ordre de 1,5% par an.

Si la différence entre les deux VAN-SE calculées ci-dessus est supérieure à 20 % de la VAN-SE tendancielle (la VAN-SE stressée est alors inférieure à 80 % de la VAN-SE tendancielle), ou que la VAN SE stressée est négative, le projet est présumé vulnérable aux risques systémiques.

L'illustration de ces tests sur des cas pratiques et le choix du paramètre de 20% sont documentés dans un rapport technique du Cerema (à paraître).

Si l'analyse qualitative ou le test de stress macro-économique indiquent que le projet est non significativement risqué, alors l'analyse monétarisée est conduite en évaluant l'ensemble des coûts et avantages du projet dans un scénario de contexte macro-économique unique, avec un taux d'actualisation de 4 %. Dans ce cas, le coût du $CO_2$ est actualisé au taux de 4 %.

### *ii. Cas des projets significativement risqués (au regard des risques systémiques)*

L'analyse de risque systémique pour les projets significativement risqués se décompose en trois niveaux :

- un ***calcul élémentaire*** avec un taux d'actualisation fixé à 4,5 % ;

- un ***calcul de risque spécifique au projet***, destiné à refléter précisément la façon dont les différents effets monétarisés dans la VAN-SE sont liés au contexte macro-économique ; ce calcul se fonde sur des scénarii de PIB ;

- un ***calcul avec un taux d'actualisation paramétré*** de façon indépendante de scénarii macro-économiques.

Le calcul élémentaire doit être obligatoirement conduit.

Le calcul de risque spécifique au projet est recommandé ; ses modalités (nombre de scénarii macro-économiques notamment) sont proportionnées aux enjeux du projet.

Le calcul avec taux d'actualisation paramétré, lorsqu'il est conduit, illustre la prise en compte des risques macro-économiques de caractère extrême, qui ne peuvent pas être scénarisés à ce stade.

NB : ces deux dernières approches ne sont pas comparables. Le calcul de risque spécifique peut être documenté par les scénarii utilisés ; le calcul avec taux d'actualisation paramétré est celui proposé dans le rapport Quinet au vu d'éléments de littérature économique.

### a. Calcul élémentaire

La méthode de calcul élémentaire consiste à évaluer l'ensemble des coûts et avantages du projet dans un scénario de contexte macro-économique unique (dit « tendanciel »), avec un taux d'actualisation fixe de 4,5 %.

Cette approche reprend une recommandation du rapport Quinet qui note que la prise en compte du risque systémique constitue une nouveauté, et suggère, de façon transitoire, d'utiliser le système de calcul antérieur, avec un taux unique fixé à 4,5 %.

### b. Calcul de risque spécifique au projet à partir de scénarii macro-économiques

L'approche pour la prise en compte d'un risque systémique présumé significatif consiste à calculer l'espérance de l'utilité collective du projet à partir de scénarii macro-économiques probabilisés.

Ces scénarii sont caractérisés et différenciés les uns des autres par les tendances de long terme portant sur le PIB. D'autres facteurs de risque systémiques, jouant significativement à la fois sur les effets du projet et le PIB, peuvent également être utilisés dans ces scénarii (c'est notamment le cas du prix de l'énergie). De façon générale, seuls les avantages sont présumés sensibles aux risques macro-économiques. Les coûts d'investissement sont présumés non sensibles, en première approximation, aux risques macro-économiques. S'il apparaît nécessaire de tenir compte d'une sensibilité particulière des coûts d'investissements au risque, on pourra se référer aux recommandations du rapport Quinet. Les coûts liés à l'exploitation et à la maintenance sont présumés sensibles aux risques macro-économiques dans la mesure où la demande de transports l'est.

Un jeu de scénarii macro-économiques est donné à titre indicatif en annexe. Il est recommandé d'appliquer ces scénarii, ou, à défaut, que la variance des scénarii de PIB utilisés par l'évaluateur, pour un horizon donné (2030, 2050, 2070), soit d'un ordre de grandeur comparable à la variance des scénarii proposés en annexe. Cette annexe portant sur les scénarii est destinée à être revue en fonction d'une part des travaux de projection de la demande de transports aux horizons 2030-2050-2070, d'autre part d'éventuels travaux sur le risque macro-économique à mener avec le ministère en charge de l'économie.

Le nombre de ces scénarii est à l'appréciation de l'évaluateur. A titre indicatif, un ordre de grandeur de 3 scénarii macro-économiques paraît à même de refléter de façon suffisamment précise la variance des aléas macro-économiques.

S'il apparaît, dans la description des risques, que certains risques systémiques peuvent affecter significativement certains facteurs (corrélés au PIB) ou certaines sous-périodes de la période de projection, les scénarii macro-économiques peuvent alors se différencier plus fortement sur ces facteurs ou ces sous-périodes.

Les paragraphes suivants décrivent deux niveaux de prise en compte du risque systémique spécifique au projet, proportionnés aux enjeux : méthode approchée et méthode approfondie.

### *b. i. Méthode approchée*[2]

La méthode approchée consiste à calculer la VAN-SE en tenant compte de plusieurs scénarios probabilisés influant la séquence des avantages. L'encadré ci-dessous présente la formulation théorique de ce calcul de VAN-SE avec risque.

**Encadré méthodologique : calcul de VAN-SE risquée, méthode approchée**

La formule ci-dessous résulte d'une approximation au 1er ordre des formules de la méthode approfondie présentée ci-après.

La VAN-SE s'écrit alors (en considérant, pour simplifier la présentation, une actualisation à l'infini et une notation en exponentiels, équivalente à une actualisation en temps continu) :

$$VAN - SE_{équivalente,approchée} = -\Delta I *^{T} + \left[ \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=t_0+1}^{\infty} e^{-(\delta+\gamma\mu)(t-T)} p_i \frac{\Delta X_t^{\,i}}{e^{\varepsilon_i \gamma (t-T)}} \right]$$

Avec :

- $\Delta I*^{T}$ : variation, entre l'option de projet et l'option de référence, des coûts d'investissements (hors taxes) (jusqu'à l'infini dans le cadre de cette présentation) et actualisés à l'année T (supposée non sensible au risque systémique) ;
- N : nombre de scénarios macro-économiques considérés ;
- $t_0$ : année précédant la mise en service ;
- T : année d'actualisation ;
- $p_i$ : probabilité du scénario macro-économique i ;
- $\Delta X_t^i$ : variation, entre l'option de projet et l'option de référence, des avantages nets (soit les avantages auxquels on retire les coûts d'exploitation et d'entretien) de l'année t dans le scénario i ;
- δ : taux de préférence pure pour le présent, égal à 1% ;
- γ : aversion pour le risque de la collectivité, égale à 2 ;
- μ : taux de croissance moyen sur la longue durée du PIB, égal à 1,5% ;
- $\varepsilon_i$ : l'écart au taux de croissance moyen dans le scénario i tel que $\varepsilon_i + \mu$ = taux de croissance annuel du PIB dans le scénario i

Un rapport technique du Cerema (à paraître) détaillera l'application de la méthode et fournira les outils de calculs (tableurs) correspondants.

### *b. ii. Méthode approfondie*

La méthode approfondie consiste à calculer l'espérance de l'utilité collective du projet à l'aide d'une formule d'utilité explicite fondée sur la richesse collective.

**Encadré méthodologique : calcul de VAN SE risquée, méthode approfondie, présentation théorique**

On considère une fonction d'utilité collective de type :

$U(C) = C^{(1-\gamma)} / (1-\gamma)$ avec : C = PIB

L'équation suivante permet de calculer la valeur actualisée nette du projet intégrant le risque systémique, en reprenant les notations précédentes et avec $C_t^i$ le PIB du scénario i à l'année t :

$$(C_0 + VAN_{équivalente})^{1-\gamma} - (C_0)^{1-\gamma} = -\Delta I *^{T} + \sum_{t=1}^{\infty} \left[ e^{-\delta t} \sum_{i=1}^{N} p_i . \left( (C^{i}_{t} + \Delta X^{i}_{t})^{1-\gamma} - (C^{i}_{t})^{1-\gamma} \right) \right]$$

Un rapport technique du Cerema (à paraître) détaillera l'application de la méthode et fournira les outils de calculs (tableurs) correspondants.

[2] Le cadre théorique sous-tendant les approches simplifiée et approfondie est présenté en annexe de la présente fiche.

*Calculs complémentaires : valeur du béta illustrant le risque du projet*

La mise en œuvre de la méthode approchée et de la méthode approfondie sont complétées de calculs annexes, qui permettent de présenter de façon synthétique le risque spécifique au projet : l'indicateur à calculer est la corrélation ($\beta$) entre la valeur du projet (avantages nets des coûts de l'année) et le PIB. Cette corrélation est estimée à l'aide d'un nombre limité de scénarii de PIB (de l'ordre de 3 à 5). Cet indicateur permet notamment la comparaison avec les valeurs de $\beta$ par mode citées dans le rapport Quinet.

Un rapport technique du Cerema (à paraître) détaillera l'application de la méthode et fournira des exemples.

### c. Calcul avec taux d'actualisation paramétré

Le calcul de la VAN SE est conduit en scénario macro-économique tendanciel, en utilisant un taux d'actualisation a défini par la formule :

$$a° = 2{,}5\ \% + 2\ \% * \beta°$$

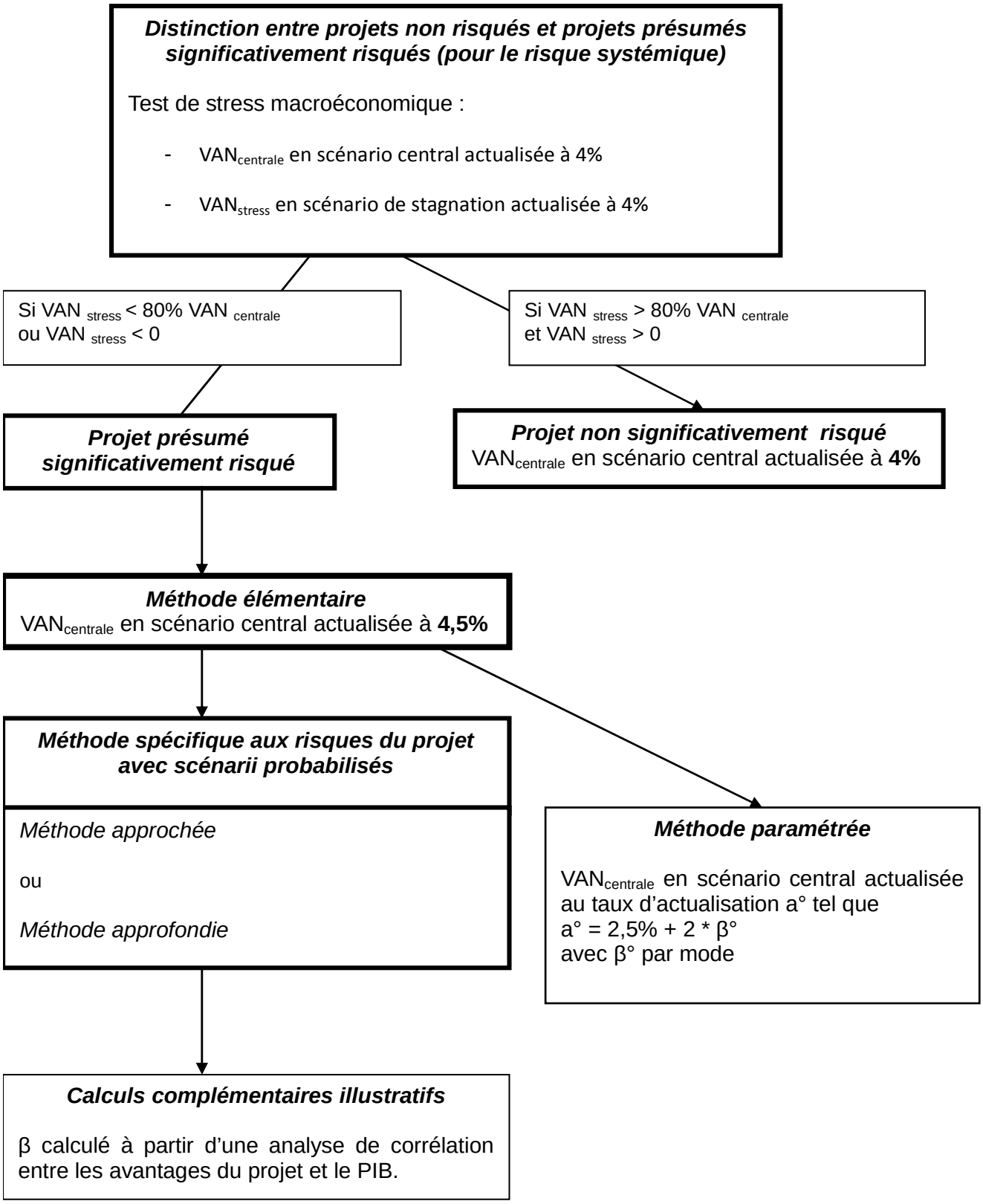
Les valeurs de $\beta°$ sont celles recommandées, par mode, dans le rapport Quinet.

## 4. Limites et précautions d'usage

Les méthodes exposées dans cette fiche seront accompagnées par un document méthodologique et par des outils de calcul produits par le Cerema, dont la publication est attendue au 1er trimestre 2015.

De plus, les scénarii macro-économiques cités à titre indicatif en annexe devront être cohérents avec ceux ayant servi aux projections de demande de transports aux horizons 2030-2050-2070. La publication de ces projections de demande est attendue au 1er trimestre 2015.

Dans l'attente de la publication de ce document méthodologique, de ces outils, et de ces projections de demande, l'application de cette méthode peut se limiter au test de stress et au calcul élémentaire décrits ci-dessus ;


Distinction entre projets non risqués et projets présumés significativement risqués (pour le risque systémique)
Test de stress macroéconomique :
- VAN centrale en scénario central actualisée à 4%
- VAN stress en scénario de stagnation actualisée à 4%
Si VAN stress < 80% VAN centrale ou VAN stress < 0
Si VAN stress > 80% VAN centrale et VAN stress > 0
Projet présumé significativement risqué
Projet non significativement risqué
VAN centrale en scénario central actualisée à 4%
Méthode élémentaire
VAN centrale en scénario central actualisée à 4,5%
Méthode spécifique aux risques du projet avec scénarii probabilisés
Méthode approchée
ou
Méthode approfondie
Méthode paramétrée
VAN centrale en scénario central actualisée au taux d'actualisation a° tel que
a° = 2,5% + 2 * β°
avec β° par mode
Calculs complémentaires illustratifs
β calculé à partir d'une analyse de corrélation entre les avantages du projet et le PIB.

**Références**


- Von Neumann J. et Morgenstern O, *Theory of Games and Economic Behaviour*, Princeton University Press, 1947.
- Centre d'analyse stratégique, *Le calcul du risque dans les investissements publics,* rapport du groupe présidé par Christian Gollier, 2011
- Commissariat Général à la stratégie et à la prospective (CGSP), 2013, *L'évaluation socioéconomique des investissements publics*, Rapport de la mission présidée par Émile Quinet, Tome 1, Paris, 349 p., et tome 2.
- *Révision du taux d'actualisation des investissements publics*, rapport du groupe d'experts présidé par Daniel Lebègue, 2005
- Picard P., *Eléments de microéconomie*, Montchrestien, 1998
- Hirshleifer, Glazer et Hirshleifer, *Microéconomie : théorie et applications*, De Boeck, 2009
- Setra, *Prise en compte du risque dans le calcul économique*, Setra, 2012
- Cerema, *Prise en compte du risque macro-économique dans le calcul socio-économique, Faisabilité d'une méthode par scénarios sur des projets routiers*, 2014
- Cerema, *Document méthodologique relatif à la prise en compte du risque systémique / macro-économique dans le calcul socio-économique* (titre provisoire, à paraître)

## *Annexe 1*
## *Prise en compte du risque dans l'évaluation socio-économique et le système d'actualisation : cadre théorique simplifié*

Cette annexe vise à fournir des éléments simplifiés du corpus théorique relatif à la prise en compte du risque dans les décisions publiques et l'analyse économique. Ces éléments recouvrent :

- les critères de choix en situation de risque
- la prise en compte du risque systémique
- le lien entre risque et actualisation

### • *Critère de choix en situation de risque*

Le critère de choix couramment utilisé en situation de risques probabilisables maximise l'espérance de l'utilité des différents choix possibles en fonction des différentes probabilités d'occurrence des scénarios de risques.

***Critère de choix en situation de risque probabilisable : présentation simplifiée***

Le choix entre deux projets (A et B)

- présentant une utilité respective $U^A(S)$ et $U^B(S)$
- selon le scénario (S) qui caractérise son contexte :
  $S_1$ de probabilité $p_1$
  $S_2$ de probabilité $p_2$
- s'écrit en retenant le projet qui maximise l'espérance d'utilité :

$$\underset{\{A,B\}}{\text{Max}} \quad \{ E[U^A] ; E[U^B] \}$$

i.e.

$$\underset{\{A,B\}}{\text{Max}} \quad \{ [p_1 * U^A(S_1) + p_2 * U^A(S_2)] ; [p_1 * U^B(S_1) + p_2 * U^B(S_2)] \}$$

*NB : à noter que l'espérance de l'utilité (ou, dit autrement, l'utilité moyenne) n'est pas l'utilité de l'espérance du scénario de contexte (ou dit autrement, du « contexte moyen »).*

### • *Prise en compte du risque systémique dans les choix collectifs*

Comme indiqué précédemment, le risque systémique se caractérise par une corrélation entre la valeur d'un projet et la richesse collective. L'objectif de la prise en compte des risques systémiques est de favoriser les projets contra-cycliques et à l'inverse de limiter les projets pro-cycliques (projets qui sont d'autant moins rentables que le contexte économique est dégradé). L'encadré ci-dessous en présente une formulation simplifiée.

***Critère de choix avec risque systémique : présentation simplifiée***

On s'intéresse ici à un évaluateur qui, pour éclairer la décision publique, maximise l'utilité collective dans le choix entre 2 projets (A et B).

- le scénario (S) qui caractérise le contexte (économique général et du projet) est :
  $S_1$ avec une probabilité $p_1$
  $S_2$ avec une probabilité $p_2$
- la richesse collective (hors projet) dans ces deux scénarii est respectivement $C^A(S)$ et $C^B(S)$
- l'apport du projet à la richesse collective est respectivement $V^A(S)$ et $V^B(S)$
- on suppose que la richesse collective et l'apport (la valeur) du projet sont monétarisés et additifs, auquel cas, le critère de choix précédemment présenté devient :

$$\underset{\{A,B\}}{\text{Max}} \quad \{ E[U^A] ; E[U^B] \}$$

i.e.

$$\underset{\{A,B\}}{\text{Max}} \quad \{ [ p_1 * U ( C (S_1)+V^A (S_1) ) + p_2 * U (C (S_2)+V^A (S_2) ] ; \; [ p_1 * U ( C(S_1) +V^B (S_1) ) + p_2 * U (C (S_2) +V^B (S_2) ] \}$$

Présenté sous forme plus générique, le critère consiste à maximiser l'espérance de l'utilité collective, fonction de la somme : richesse collective + projet : Max E [ U (C+V) ]

- ***Prise en compte du risque dans le système d'actualisation***

La prise en compte combinée de la dimension temporelle et du caractère aléatoire de la valeur du projet, ont donné lieu à des travaux théoriques riches, qui sont résumés dans l'encadré ci-dessous.

**Présentation simplifiée du système d'actualisation en présence de risque : approches dites « du numérateur » et « du dénominateur »**

On rappelle en introduction que la formule de l'actualisation, pour une valeur Xt variant au cours du temps (par exemple $X_t$ = valeur économique annuelle d'un projet = flux annuel de ses avantages nets), s'écrit :

$$Valeur\ actualisée = \sum_{t=0}^{\infty} \left[ e^{-at} \left( X_t \right) \right]$$ avec : a = taux d'actualisation :

Le cadre micro-économique de Von Neumann Morgenstern pour la prise en compte du risque dans un projet de transports conduit à considérer la valeur du projet comme l'écart entre la séquence actualisée des utilités collectives avec et sans projet, soit :

**VAN-SE** tel que

$$[ U (C_0 + \textbf{VAN-SE} ) ) - U (C_0) )] = \Sigma_t \{ e^{-\delta.t} E [ U (C_t+\mathbf{X_t}) - U(C_t) ] \} \qquad (1)$$

où :

| | |
|---|---|
| $\mathbf{X_t}$ | représente les avantages nets du projet à l'année t |
| $C_t$ | représente la richesse collective à l'année t |
| δ | représente le taux de préférence pure pour le présent |
| U | représente la fonction d'utilité collective |
| E(.) | est l'espérance |

On considère pour forme de la fonction d'utilité

$$U (C) = C^{(1-\gamma)} / (1-\gamma)$$

Avec :

C = PIB

En reprenant la formule (1) avec cette fonction d'utilité :

$$(C_0 + VAN_{équivalent\ e})^{1-\gamma} - (C_0)^{1-\gamma} = \sum_{t=1}^{\infty} \left[ e^{-\delta t} E \left( (C_t + X_t)^{1-\gamma} - (C_t)^{1-\gamma} \right) \right]$$, soit :

$$C_0^{1-\gamma} \left[ \left( 1 + \frac{VAN_{équivalent\ e}}{C_0} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] = \sum_{t=1}^{\infty} e^{-\delta t} E \left[ C_t^{1-\gamma} \left( \left( 1 + \frac{X_t}{C_t} \right)^{1-\gamma} - 1 \right) \right]$$

De façon approchée, en considérant VAN-SE << $C_0$ et $X_t$ << $C_t$ avec :
γ : aversion pour le risque de la collectivité ;
μ : taux de croissance moyen sur la longue durée du PIB ;
alors :

$$C_0^{1-\gamma} (1-\gamma) \frac{VAN_{équivalent\ e}}{C_0} = \sum_{t=1}^{\infty} e^{-\delta t} E \left[ C_t^{1-\gamma} (1-\gamma) \frac{X_t}{C_t} \right]$$

Pour chaque scénario i de PIB, le niveau de PIB à l'année t est : $C_t^i = C_0 e^{(\mu+\varepsilon_i)t}$, avec ε l'écart au taux de croissance moyen tel que ε + μ = taux de croissance annuel du PIB.
On obtient alors :

$$VAN_{\text{équivalent e,approchée}} = \sum_{t=1}^{\infty} e^{-(\delta+\gamma\mu)t} E\left(\frac{X_t}{e^{\varepsilon\gamma t}}\right)$$

Cette formule sous-tend l'approche simplifiée de la présente fiche-outil

De façon plus générale :

$$(C_0 + VAN_{\text{équivalente}})^{1-\gamma} - (C_0)^{1-\gamma} = \sum_{t=1}^{\infty}\left[e^{-\delta t} E\left((C_t + X_t)^{1-\gamma} - (C_t)^{1-\gamma}\right)\right]$$

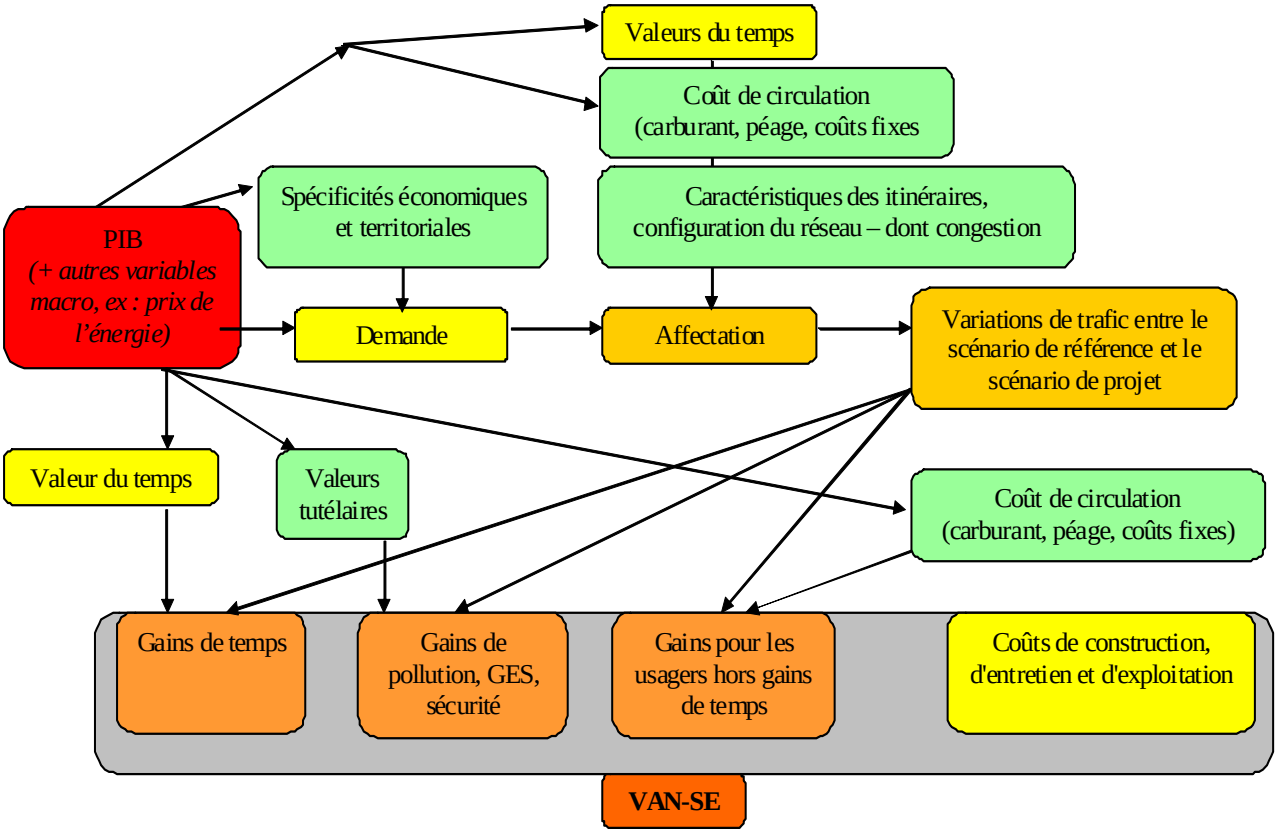
Cette formule sous-tend l'approche approfondie de la présente fiche-outil

**Encadré : élasticité des avantages d'un projet au PIB : spécificités liées au projet**

Cet encadré vise à fournir quelques éléments qualitatifs illustrant en quoi l'élasticité entre le bilan coûts-avantages du projet et le PIB dépend du projet considéré. La spécificité du projet joue sur la prise en compte du risque dans l'évaluation, et notamment :

- le lien entre trafic de référence et PIB est spécifique au projet ; il traduit notamment les spécificités géographiques de la composition du trafic et des motifs de déplacements ;
- le lien entre avantages du projet et PIB dépend non seulement du trafic de référence, mais aussi des valeurs unitaires des avantages utilisés dans la modélisation et le calcul des surplus ;
- le lien entre trafic de référence et avantages, indépendamment même de l'effet des valeurs unitaires, dépend des caractéristiques du projet et du réseau considéré, avec notamment de fortes non linéarités dès qu'apparaissent des phénomènes de congestion.

Le graphique ci-dessous illustre cette spécificité du projet.



### *Annexe 2 : jeu indicatif de scénarii macro-économiques*

Cette annexe propose un jeu de scénarii macro-économiques. Ces scénarii sont inspirés de travaux financés par la Commission européenne[3]. Ces scénarii sont donnés à titre indicatif.

Cette annexe fournit un cadre provisoire pour construire les scénarii macro-économiques de l'analyse de risque systémique. L'évaluateur est invité à se référer, lorsqu'ils seront disponibles aux scénarii macro-économiques « standard » sous-tendant les projections de demande de transports, en fonction de leur mise à jour. S'agissant de la valeur du carbone, on peut retenir, à défaut de scénarii macro-économiques et/ou de politique publique portant spécifiquement sur cette variable, une croissance de 4% par an.

L'évaluateur peut utiliser *en premier lieu* le jeu de 3 scénarii tendanciels suivant :

| ***Scénario*** | ***Tendance de PIB 2030 – 2070 (% annuel)*** | ***Probabilité*** |
|---|---|---|
| Scénario 1 | 1.0% | 25% |
| Scénario 2 | 1.5% | 50% |
| Scénario 3 | 2.0% | 25% |

Dans *un deuxième temps*, le jeu de scénarii suivant peut être utilisé. Il permet d'élargir la fourchette et la variance du risque macro-économique ; ceci permet notamment de capturer d'éventuelles non linéarités significatives dans le lien entre les avantages du projet et le contexte macro-économique.

| ***Scénario*** | ***Tendance de PIB 2030 – 2070 (% annuel)*** | ***Probabilité*** |
|---|---|---|
| Scénario 1 | 0.0% | 20% |
| Scénario 2 | 1.5% | 50% |
| Scénario 3 | 2.5% | 30% |

Enfin, la construction d'un jeu de scénarii décennaux, si elle est beaucoup plus complexe à mettre en œuvre, permet de capturer d'éventuelles sensibilités particulières des avantages du projet au contexte macro-économique de certaines sous-périodes (par exemple en fonction d'effets de réseau qui peuvent dépendre de la réalisation, ou non, d'autres projets à ces horizons). Ce jeu peut être construit à partir de trois scénarii décennaux consistant respectivement :

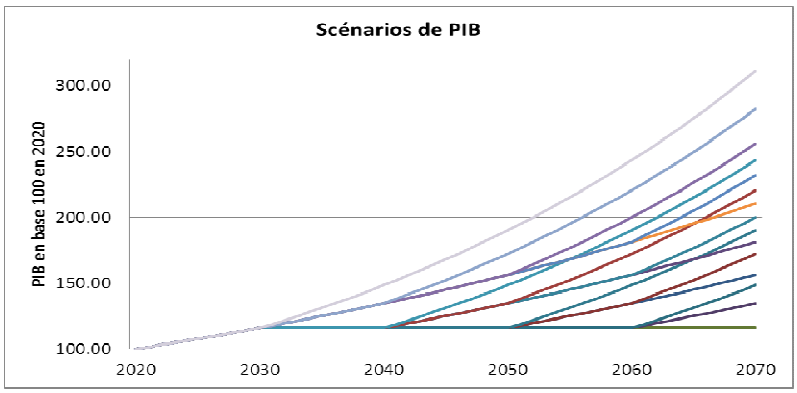
- en une croissance « tendancielle » du PIB de 1,5 % par an sur la décennie ;
- en une « embellie », avec un taux de croissance annuel moyen sur la décennie de 2,5% ;
- en une stagnation, avec un taux de croissance annuel moyen nul sur la décennie.

Les probabilités respectives de ces scénarii décennaux sont de :

- Tendanciel : 50%
- Embellie : 30%
- Stagnation : 20%

Ces scénarii combinés conduisent à un jeu de $3^4$ = 81 scénarii. Ces scénarii peuvent se résumer, pour leur point d'arrivée en 2070, par 15 scénarii présentés dans le graphique suivant :

[3] Cf. « *Scenarios of European Transport Futures in a Global Context* », Deliverable D8, TOSCA project, 2011




L'écart-type du PIB (rapporté au PIB moyen) est, pour les différentes décennies :

| Année | 2040 | 2050 | 2060 | 2070 |
|---|---|---|---|---|
| Ecart-type / moyenne du PIB (%) (écart type du niveau de PIB (en base 100) / PIB moyen de l'année en base 100 en 2020) | 0.083 | 0.12 | 0.14 | 0.17 |
| Ecart type du taux de croissance du PIB pour atteindre le niveau à l'année donnée | 0.0043 | 0.0041 | 0.0038 | 0.0035 |